

Übungsklausur Geometrie 1 (Fertigungshalle mit Laufkatzen)
Pflichtteil (ohne Hilfsmittel)

1) Gegeben sind die beiden Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- Untersuche die gegenseitige Lage der beiden Geraden. Gib gegebenenfalls den Schnittpunkt an.
- Gib eine Gleichung der Parallelen p zu g durch den Punkt $P(1|-2|3)$ an.
- Gib eine Parametergleichung der Ebene H an, die g und p enthält.

- 2) Gegeben ist eine Ebene E_1 durch Ihre Spurpunkte $S_1(3|0|0)$, $S_2(0|3|0)$, $S_3(0|0|6)$.
- Zeichne die Dreiecksfläche $S_1S_2S_3$ als einen geeigneten Ausschnitt der Ebene E_1 .
 - Bestimme eine Koordinaten- und eine Parametergleichung der Ebene E_1 .
 - Bestimme die Spurpunkte der Ebene $E_2: 2x_1 + x_3 = 4$ und zeichne damit einen Ausschnitt der Ebene in das Koordinatensystem von Teilaufgabe a) mit ein. Welche besondere Lage im Koordinatensystem hat die Ebene E_2 ?

- 3) Gegeben sind die Punkte $A(5|-2|-3)$, $B(2|2|-3)$ und $C(-6|-4|-3)$ im Raum.
- Bestimme den Punkt D so, dass das Viereck $ABCD$ ein Rechteck ist.
 - Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks $ABCD$.
 - Bestimme die Koordinaten des Diagonalschnittpunktes P von $ABCD$.

- 4) Gegeben ist die Ebene $E: 2x_1 - x_3 = 3$.

Ist die Aussage wahr oder falsch? Begründe Deine Entscheidung.

- Der Punkt $P(2|9|1)$ liegt in E .

- Die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ verläuft parallel zu E .

- Die Ebene E liegt parallel zur $x_1 - x_3$ -Ebene.

Übungsklausur Geometrie 1 (Fertigungshalle mit Laufkatzen)

Wahlteil (mit WTR und Formelsammlung)

Die Grundfläche einer modernen Fertigungshalle ist ein Rechteck mit den Eckpunkten $A(0|0|0)$, $B(15|0|0)$, $D(0|12|0)$. Alle Angaben sind in Metern.

- a) (1) Gib die Koordinaten des fehlenden vierten Punktes C der Grundfläche an.
(2) Das schräge Dach der Halle ist ebenfalls ein Rechteck durch die Punkte $E(15|0|14)$, $F(15|12|10)$ und $H(0|0|14)$.
Gib die Koordinaten des vierten Dachpunktes G an.
(3) Bestimme eine Koordinatengleichung der Dachebene E_{Dach} .
(4) Zeichne das Schrägbild der Halle.
(5) Berechne das Volumen der Halle.

(Teilergebnis: $E_{\text{Dach}} : x_2 + 3x_3 = 42$)

- b) In der Halle gibt es zwei Transportschienen.
Die 1. Schiene geht durch die beiden Punkte $P(12|2|12)$ und $Q(6|10|2)$ und verbindet den Boden und das Dach.
Die 2. Schiene geht durch $K(3|4|1)$ und $L(4|10|3)$ und verbindet den Boden mit der Wand.

- (1) Berechne die Koordinaten des Punktes, in dem die 2. Schiene den Boden erreicht.
(2) Zeige, dass sich die beiden Schienen nicht behindern.

- c) Auf beiden Schienen fahren kleine Laufkatzen, also kleine Transportfahrzeuge.
Für die Rechnungen sollen die Laufkatzen als Punkte angenommen werden.
Von den Laufkatzen tropft immer ein wenig Öl auf den Fußboden.

- (1) Gib die Gleichungen dieser beiden Geraden an, auf denen diese Tropfen liegen.
(2) Untersuche, ob sich diese Ölspuren schneiden.

Übungsklausur Geometrie 1 (Fertigungshalle mit Laufkatzen)

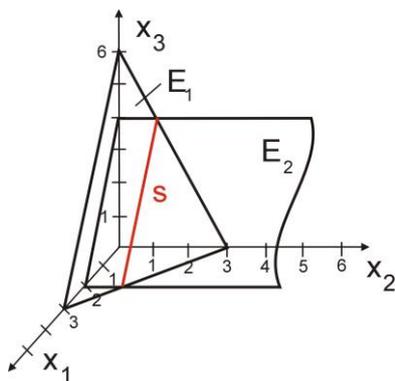
Lösungen Pflichtteil:

1) a) Rven linear unabhängig. $g \cap h: (s = 2; t = 3)$ Schnittpunkt $S(5|4|4)$

$$b) p: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$c) H: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1-1 \\ 0+2 \\ 2-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

2) a)



b) KF: $E: 18x_1 + 18x_2 + 9x_3 = 54 \Leftrightarrow E: 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$

$$PF: E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

c) $S_1(2|0|0)$, $S_1(0|0|4)$ Die Ebene liegt parallel zur x_2 -Achse.

$$3) a) \vec{d} = \vec{a} + \vec{BC} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -8 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow D(-3 | -8 | -3)$$

$$b) |\vec{AB}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5; |\vec{BC}| = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \Rightarrow A_{ABCD} = 50$$

$$c) \vec{p} = \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{AC} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -11 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,5 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow P(-0,5 | -3 | -3)$$

4) a) Punktprobe: $2 \cdot 2 - 1 = 3 \Rightarrow P$ liegt in E . Aussage wahr.

b) Bestimme SP: $2 \cdot 1 - 1 - 4t = 3 \Leftrightarrow t = -0,5 \Rightarrow S(1 | -0,5 | -1) \Rightarrow g$ schneidet E , ist also nicht parallel zu $E \Rightarrow$ Aussage falsch.

c) Da die x_2 -Koordinate nicht in E auftaucht, liegt E parallel zur x_2 -Achse und nicht zu der x_1 - und x_3 -Achse \Rightarrow Aussage falsch.

Übungsklausur Geometrie 1 (Fertigungshalle mit Laufkatzen)

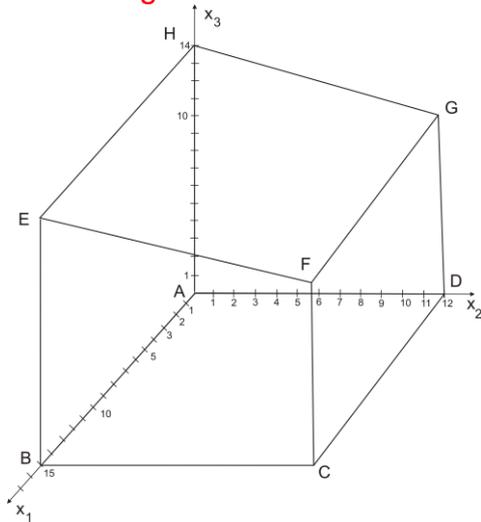
Lösungen Wahlteil:

- a) (1) C(15|12|0)
(2) G(0|12|10)

$$(3) E_{\text{Dach}}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 15 \\ 0 \\ 14 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ -4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -15 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow E_{\text{Dach}}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 15 \\ 0 \\ 14 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow x_2 + 3x_3 = b \quad \text{H in } E_{\text{Dach}}: x_2 + 3x_3 = 42$$

- (4) Zeichnung



$$(5) V = \frac{14+10}{2} \cdot 12 \cdot 15 = 2160 \text{m}^3$$

b) $g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \\ 12 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \\ -10 \end{pmatrix}; g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$

(1) g_2 in $E_{\text{Boden}}: x_3 = 0 \quad 1 + 2t = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} \Rightarrow S(2,5 | 1 | 0)$

- (2) Bestimme Schnittpunkt:

(I) $12 - 6s = 3 + t$

(II) $2 + 8s = 4 + 6t$ Bestimme s und t mit (I) und (II): $s = \frac{14}{11}; t = \frac{15}{11}$

(III) $12 - 10s = 1 + 2t$

s und t in (III): $12 - 10 \cdot \frac{14}{11} = 1 + 2 \cdot \frac{15}{11} \Leftrightarrow 10,73 = 3,73$ Widerspruch

\Rightarrow Die Schienen schneiden sich nicht.

c) (1) $h_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}; h_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$

- (2) Da die RVen der beiden Geraden linear unabhängig sind und beide Geraden in der Bodenebene verlaufen schneiden sich die beiden Ölspure.